

연세대학교 2008학년도 논술고사 모의시험

자 연 계 열

[문제 1] 아래에서는 주어진 정보에 근거하여 단면의 길이와 체적을 구하는 과정 각각을 설명하고 있다. 공식을 유도하는 과정의 타당성에 관하여 논하시오. (배점; 25점)

(단면의 면적 $A(r)$ 을 이용, 단면의 길이 $L(r)$ 을 구하는 논리) 반경이 r 인 원기둥을 45° 각도로 잘라서 생성되는 단면의 면적을 $A(r)$, 둘레 길이를 $L(r)$ 이라고 하자. r 의 함수로 단면의 면적 $A(r)$ 을 알고 있을 때, 이를 이용하여 단면의 둘레 길이 $L(r)$ 을 구하고자한다.

반경이 각각 $r, r+h$ ($h > 0$) 인 원기둥을 45° 각도로 자른 단면의 면적은 $A(r), A(r+h)$ 이다. 큰 단면에서 작은 단면을 제거하면 가느다란 띠가 생성되는데, 이 띠의 면적은 이 두 단면의 면적의 차이 $A(r+h) - A(r)$ 이다. 이 띠를 풀면 직사각형으로 근사할 수 있고, 이 직사각형은 밑변의 길이는 우리가 구하고자 하는 단면의 길이 $L(r)$ 이고 높이는 h 이다.

$$A(r+h) - A(r) \approx L(r)h$$

$$\frac{A(r+h) - A(r)}{h} \approx L(r)$$

위의 근사는 h 가 작아질수록 정교하여지므로, 위 식에서 h 를 0으로 보내는 극한을 취하면 등식이 성립한다. 즉,

$$L(r) = \frac{d}{dr} A(r)$$

(구의 표면적 $S(r)$ 을 이용, 구의 체적 $V(r)$ 을 구하는 논리) 반경이 r 인 구의 표면적을 $S(r)$, 체적을 $V(r)$ 이라고 하자. r 의 함수로 구의 표면적 $S(r)$ 을 알고 있을 때, 이를 이용하여 구의 체적 $V(r)$ 을 구하고자한다.

구의 반경 r 을 n 등분하여 구를 반경이 $\frac{k}{n}r, k=1,2,\dots,n$, 인 구의 표면을 이용하여 분할하면, 구는 n 개의 얇은 “양파 껍질”이 모여서 이루어졌다고 생각할 수 있다. 각각의 양파 껍질은 표면의 넓이가 $S\left(\frac{k}{n}r\right)$ 이고 두께가 $\frac{r}{n}$ 이므로, 양파 껍질의 체적은 근사적으로 $S\left(\frac{k}{n}r\right)\frac{r}{n}$ 이다. 구의 체적은 이들 양파 껍질의 체적을 더하면 되므로 다

음과 같이 주어진다.

$$V(r) \approx \sum_{k=1}^n S\left(\frac{k}{n}r\right) \frac{r}{n} \approx \int_0^r S(x)dx$$

위의 근사는 n 이 커질수록 정교하여지므로, 위 식에서 n 을 무한대로 보내는 극한을 취하면 등식이 성립한다. 즉,

$$V(r) = \int_0^r S(x)dx$$

[문제 2] 컴퓨터를 이용하여 특정한 작업을 수행할 때, 어떻게 컴퓨터에 명령하느냐에 따라 빠른 시간 안에 원하는 정보를 획득하기도 하고 그렇지 못하기도 한다. 시간의 중요성이 빠르게 인식되고 있는 현대사회에서는, 컴퓨터를 효율적으로 이용하여 원하는 정보를 빠른 시간 내에 생산하는 명령체계(알고리즘)를 개발 이용하는 것이 중요한 이슈가 되고 있다. 아래에서는, 임의의 n 개의 서로 다른 숫자 a_1, \dots, a_n 이 컴퓨터에 입력되었을 때 이를 증가하는 순서로 정리하는 두 가지의 다른 알고리즘을 소개하고 있다.

(알고리즘 1)

스텝 1. a_1 에 새로 이름을 주어 b_1 이라고 하자.

스텝 2. a_1, \dots, a_k 를 증가하는 순서대로 정리하여 b_1, \dots, b_k 라고 부르기로 하자. a_{k+1} 을 이미 정리되어 있는 b_1, \dots, b_k 와 비교하여 정리하려고 한다. 이를 위하여 a_{k+1} 을 기존 b_1, \dots, b_k 의 작은 숫자부터 차례로 비교하여 a_{k+1} 이 들어가야 할 위치를 알아내고 그 위치에 a_{k+1} 를 집어넣는다.

스텝 3. 스텝 2를 반복하여 a_1, \dots, a_n 이 정리되면, 알고리즘을 종료한다.

(알고리즘 2)

스텝 1. a_1 에 새로 이름을 주어 b_1 이라고 하자.

스텝 2. a_1, \dots, a_k 를 증가하는 순서대로 정리하여 b_1, \dots, b_k 라고 부르기로 하자. a_{k+1} 을 이미 정리되어 있는 b_1, \dots, b_k 와 비교하여 정리하려고 한다.

스텝 2-A. b_1, \dots, b_k 중 가운데 배치되어있는 $b_{[(k+1)/2]}$ 와 a_{k+1} 을 비교하여, a_{k+1} 이 $b_{[(k+1)/2]}$ 보다 작으면 a_{k+1} 을 $b_{[(k+1)/2]}$ 의 왼쪽에 배치하고 반대의 경우 오른쪽에 배치한다.

스텝 2-B. a_{k+1} 이 b_l 보다 크고 b_{l+m+1} 보다 작다고 하자. 이제 a_{k+1} 을 b_l 와

b_{l+m+1} 사이에 배치되어있는 b_{l+1}, \dots, b_{l+m} 와 비교하여 정리하려고 한다. b_{l+1}, \dots, b_{l+m} 중 가운데 배치되어있는 $b_{l+[(m+1)/2]}$ 와 a_{k+1} 을 비교하여, a_{k+1} 이 $b_{l+[(m+1)/2]}$ 보다 작으면 a_{k+1} 을 $b_{l+[(m+1)/2]}$ 의 왼쪽에 배치하고 반대의 경우에는 오른쪽에 배치한다.

스텝 2-C. 스텝 2-B를 반복하여 a_1, \dots, a_{k+1} 이 정리되면, 스텝 2를 종료한다.

스텝 3. 스텝 2를 반복하여 a_1, \dots, a_n 이 정리되면, 알고리즘을 종료한다.

(1) 위 두 알고리즘 중 어느 알고리즘이 우수한지 판단하기 위하여 알고리즘의 성능을 측정하는 지표를 만들고, 지표의 적정성에 관하여 논하시오. (배점; 10점)

(2) (1)에서 제시한 지표를 이용하여 어느 알고리즘이 우수한지 판정하고, 판정근거를 제시하시오. (배점; 15점)

[문제 3] 물에 관한 아래 지시문들을 읽고 문제에 답하시오.

(A) 지표면의 70%는 해수, 호수, 강 등의 물로 덮여 있으며, 지구의 구성요소인 대기권, 수권, 암권, 생물권 사이에서는 끊임없이 물의 이동이 일어나는데 이를 ‘물의 순환’이라고 한다. 지구상 물의 분포는 해수가 물의 총량의 97%를 차지하고, 눈, 얼음, 호수, 강, 지하수 등으로 존재하는 담수는 2.9%, 그리고 수증기는 0.1% 정도를 차지하고 있고 이들 간에는 동적인 평형상태가 유지되고 있다. 또한 지구상 물의 총량 중 98.1%는 액체 상태, 1.8%는 고체 상태, 0.1%는 기체 상태로 있으며, 이들은 상호전환을 통하여 지구상 에너지와 물질 이동에 중요한 역할을 하고 있다. 우리가 직접적인 수자원으로 활용할 수 있는 것은 담수인데, 그 저장량은 물의 순환과정 중 지표면을 따라 흐르는 물의 유입속도, 토양의 성질, 식물의 분포, 인간 활동에 의한 환경변화 등에 의하여 달라진다.



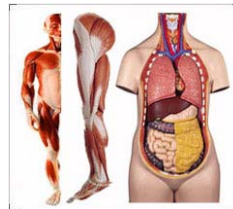
물의 순환이 균형을 이루는 것은 지구상 생명체의 활동에 매우 중요하다. 최근 지구의 환경이 변화함에 따라 이 균형이 깨지는 것에 대한 우려의 목소리가 나오고 있다. 지구온난화가 일어나서 기온이 올라가면 물 증발량이 높아지면서 공기에 함유된 수증기량이 증가하고 강수량이 올라가게 되어 홍수 위험은 높아진다. 이와 동시에 증발량이 강수량보다 많아 가뭄이 오게 되는 등 홍수와 가뭄이라는 극단적인 현상이 반복될 수 있다는 예측이 나오고 있다. 특히 물 부족국가로 분류된 우리나라의 경우, 연평균 강수량 1283mm로 세계 평균인

973mm보다 높지만 좁은 국토에 인구가 많아 1년 강수량을 총 인구수로 나누면 그 수치는 세계 평균의 10분의 1에 불과하다. 이마저 홍수기인 6~9월 장마와 태풍 기간에 강수량의 3분의 2가 집중되어, 갈수기인 11월부터 다음해 4월까지 6개월 동안 내린 비의 양은 1년 강수량의 5분의 1에 불과하다.

(B) 지구상에는 각양각색의 생명체가 살고 있다. 눈에 보이지 않는 나노크기에 불과한 미생물에서부터 높이가 100m에 이르는 나무도 있으며, 그리고 육상 또는 수중에 사는 동식물 등 생명체의 생존 형태는 다양하다. 살아있는 생명체는 세포로 구성되어 있고, 세포들이 모여 조직을 이루고 조직이 모여 특정 기능을 가진 기관을 이루며, 기관들이 모여 하나의 개체를 구성한다. 세포는 그 내부에 생명활동의 중추적인 역할을 하는 핵과, 그 주위에 제각기 특수한 기능을 수행하는 세포내 소기관(미토콘드리아, 엽록체, 리보솜, 소포체, 골지체, 리소좀, 액포 등), 세포막 등으로 구성되어 있는 하나의 소우주라고 볼 수 있다. 물은 세포 무게의 70 - 95% 정도를 차지하고 있으며 생명현상이 일어나는 환경을 제공하고 있다. 생체 내에는 생존에 필요한 탄수화물, 단백질, 무기염류 등 다양한 영양소들이 물속에 녹아있고, 생명활동에 필요한 물질의 합성과 분해에 물이 직접 또는 간접적으로 관여하고 있고 이들 물질의 이동 또한 물속에서 이루어지고 있다. 따라서 지구상 생명체 내에서 일어나는 복잡한 화학반응과 생물학적 과정들은 물이 갖는 독특한 물리적/화학적 특성들과 긴밀한 연계성을 가지고 있다.



<육상 및 수중 동식물>

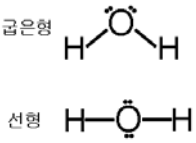


<인체>



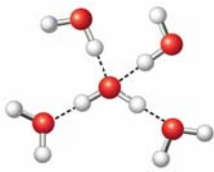
<세포>

(C) 물(H_2O) 분자는 2개의 수소(H) 원자와 1개의 산소(O) 원자가 공유결합을 통하여 굽은형(각도= 104.5°)의 극성 분자구조를 형성한다. 고체와 액체상태의 물분자들은 수소결합을 통하여 강한 분자간 상호작용을 하고 있기 때문에 타 분자들에 비하여 독특한 물리적/화학적 특성들을 갖는다. 고체상태의 물(즉, 얼음)의 경우, 1개의 물 분자 주변에 4개의 물 분자가 결합된 사면체의 수소결합 구조를 형성하며, 전체적으로 눈의 결정체에서 볼 수 있는 육각형 대칭의 배열을 갖게 된다(그림 참조). 물분자간 수소결합의 세기는 수소결합 1몰당 20 kJ 정도인데, 이는 유사한 수소결합을 갖는 분자들이나 수소결합을 갖지 않는 분자들의 분자간 상호작용의 세기보다 더 크다.

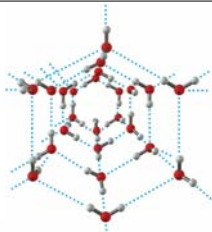


굽은형
선형


<물분자>



<사면체 수소결합>



<얼음의 수소결합>



<눈 결정>

물은 투명하여 가시광선의 빛을 잘 통과할 뿐만 아니라, 밀도, 비열, 어는점과 끓는점, 표면장력 등에서 다른 물질에 비해 독특한 특성들을 갖는다. 순수한 물의 밀도는 액체상태(물)보다 고체상태(얼음)에서 더 작고, 염이 녹아있는 해수는 담수보다 밀도가 더 크다. 물의 비열은 유기용매 분자들(에탄올, 헥산 등) 보다 더 크고 구리, 철 등 금속에 비해서는 10배 이상 더 크다. 물의 어는점과 끓는점은 유사한 크기의 분자들에 비해 높고 물은 상온에서 액체상태로 존재한다. 또한 물은 표면장력(표면적의 증가에 대한 저항력)이 커서 구형의 물방울을 유지하려는 성질을 갖는다. 상온에서 1몰의 물을 수증기로 기화하는데 44kJ의 에너지가 필요하고, 0°C의 얼음을 0°C 물로 녹이는데 6kJ 정도의 에너지가 필요하다.

- (1) 물의 독특한 물리적 특성들과 화학적 특성들이 지구상 생명체(미생물, 육상/수중 동식물 포함)의 생존에 어떤 영향을 끼쳤는지를 최대한 구체적으로 실례를 들어 설명하시오. **(배점; 10점)**
- (2) 물 분자의 구조가 굽은형이 아니고 선형(각도=180°)이라고 가정할 때, 물 분자의 수소결합 구조와 물의 물리적/화학적 특성의 변화를 예측하고 이들이 지구상 생명체의 생존에 어떤 영향을 줄지에 대하여 논술하시오. **(배점; 15점)**
- (3) 물의 순환과정(그림참조)을 단계별로 설명하고, 각 단계에서 에너지의 이동과 물질의 변화(농도변화, 이동 등)가 어떤 물리학, 화학 또는 생물학적 원리가 적용되어 일어나고 있는지를 구체적으로 설명하시오. **(배점; 10점)**
- (4) ‘물의 순환의 균형’에 영향을 주는 인간 활동의 긍정적인 측면과 부정적인 측면을 설명하고, 물 부족국가인 우리나라의 수자원 확보 방안에 대하여 논술하시오. **(배점; 15점)**