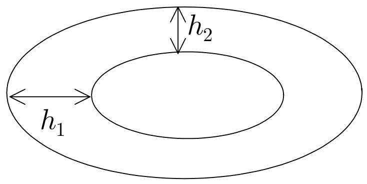
연세대학교 2008학년도 논술 모의시험
1번 문항 우수답안지(자연계)

답안 1

단면의 길이 $L(r)$을 구하는 과정에서 원기둥을 45° 각도로 자르면 그 단면의 모양은 타원형이 된다. 따라서 반지름이 각각 $r, r+h$의 원기둥을 45° 로 자르면 생기는 두 타원 사이의 거리는 측정지점에 따라 달라진다.

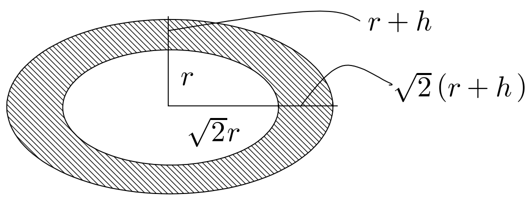


$h_1 \neq h_2$

따라서 이 띠를 풀었을때 생기는 직사각형의 높이 또한 h로 고정시킬 수 없다. 그러므로 위의 공식유도과정은 타당하지 않다. 이에 반해, 체적을 구하는 공식의 유도과정에서는 같은 원리로서 양파껍질을 펼쳤다고 생각하였을때, 분명 두께는 어느 부분에서나 $\frac{r}{n}$로 일정하다.(입체에서의 높이) 따라서, 구분구적법을 적용할 수 있고 n을 ∞로 근사시켜 구의 체적을 구할 수 있다. (타당함)

답안 2

단면의 면적 $A(r)$을 이용하여 단면적 길이 $L(r)$을 구하는 과정에서, $A(r+h)-A(r)$은 다음과 같은 도형이 된다. (세로의 길이는 정사면공식을 이용하여 구한다.)



색칠한 부분의 위, 아래쪽 두께는 h이고 좌우의 두께는 $\sqrt{2}h$이므로 띠의 두께의 차이가 있어 $A(r+h)-A(r)=L(r)h$라고 할 수는 없다.
그런데
$L(r)h < A(r+h)-A(r) < L(r) \times \sqrt{2}h$

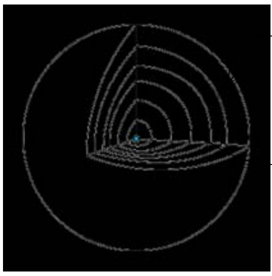
이므로,

$$L(r) < \frac{A(r+h)-A(r)}{h} < \sqrt{2}\times L(r)$$

$L(r) \leqq \frac{d}{dr}A(r) \leqq \sqrt{2}L(r)$ 이 된다.

따라서 정확한 $L(r)$의 값은 $\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{d}{dr}A(r) \leqq L(r) \leqq \frac{d}{dr}A(r)$의 범위 내에 있다.

(2) 구의 표면적 $S(r)$을 이용하여 체적 $V(r)$을 구할 때 맨 처음 껍질은 반경이 $\frac{r}{n}$인 구



모양이므로, 이 껍질을 모두 더하면

$$V(\frac{r}{n}) + \{S(\frac{2}{n}r) + S(\frac{3}{n}r) + \cdots S(r)\}\frac{r}{n}$$

$V(\frac{r}{n}) - S(\frac{r}{n}) \times \frac{r}{n} + \sum_{k=1}^{n} S(\frac{k}{n}r)\frac{r}{n}$이 구의 껍질의 총합이다.

여기서 n을 무한대로 보내면

$V(0) - S(0) \times 0 + \int_0^2 S(x)dx = \int_0^r S(x)dx$이므로 과정상 약간의 오차는 있지만 결과는 같다.

평가

[1] 원기둥을 45도 각도로 자르는 경사면에서 생기는 도형과 구(球)를 이용하여 주어진 상황에서 미분과 적분의 근원적인 개념을 창의적으로 적용하는 방안을 묻고자 하였다. 두 제시문의 성격을 정확히 파악한 후 상황을 잘 나타내주는 그림과 두 상황을 적절히 대조하면서 잘못된 논리를 체계적으로 지적하고 올바를 논리를 주장하였는지 여부를 평가하였다. 우수답안으로 채택된 답안들에 대한 총평은 다음과 같다.

답안 1

얇은 단면의 높이가 첫 번째 제시문에서는 일정하지 않고, 두 번째 제시문에서는 일정하다는 점을 적절한 그림의 배치와 첫 번째 상황과 두 번째 상황을 대비하여 잘 설명하고 있다.

답안 2

얇은 단면의 높이가 첫 번째 제시문에서는 일정하지 않고, 두 번째 제시문에서는 일정하다는 점을 잘 설명하고 있다. 더욱이 상황을 설명하는 그림이 전달하고자 하는 의미를 잘 강조하고 있다. 나아가서, 첫 번째 제시문에서는 높이가 h와 $\sqrt{2}h$ 사이에서 일정하게 변한다는 사실을 강조하여 올바른 부등식까지 유도하였다.