

연세대학교 2008학년도 논술 모의시험 2-2번 문항 우수답안 및 평가(자연계)

답안 1

첫 번째 경우 : 알고리즘 1.

새로운 항의 범위가 $a_{k+1} < b_1$ 일 경우 크기 비교는 1번만 해도 된다.

새로운 항의 범위가 $b_1 < a_{k+1} < b_2$ 일 경우 크기 비교는 b_1, b_2 와 각각 1번씩, 2번을 해야 한다.

새로운 항의 범위가 $b_2 < a_{k+1} < b_3$ 일 경우 크기 비교는 3번을 해야 한다.

새로운 항의 범위가 $b_{k-1} < a_{k+1} < b_k$ 일 경우 크기 비교는 k번을 해야 한다.

각각의 항의 범위에서 비교하는 횟수를 모두 더하면 $\frac{k(k+1)}{2}$ 이며, 새로운 항이 들어갈 수 있는 범위는 모두 k가지이므로 평균적으로 행하는 크기비교의 횟수는 $\frac{k+1}{2}$ 이다.

두 번째 경우 : 알고리즘 2.

알고리즘 2에서 항이 속할 수 있는 범위는 모두 k가지이다. 결국 2로 n번 나누어서 얻어내는 범위는 k가지의 범위들 중 하나이며, 따라서 $\frac{1}{k} = \frac{1}{2^n}$ 이라는 식이 성립한다. 이 식은 곧

$k=2^n$ 과 같으며, $n=\log_2 k$ 이다. 만일 n이 정수가 아니라 소수라면, 소수부분을 버린 [n]번의 나누기는 완전한 범위를 얻어낼 수 없으므로 n을 올림해서 크기비교 횟수를 얻어낸다.(예 : $n=6.8$ 인 경우 7번 크기비교를 해야 한다.) 따라서, (평균적으로) 행하는 크기비교의 횟수는 k가 2^x 꼴일 경우 n번, k가 2^x 꼴이 아닐 경우 [n]+1번이다.

n (혹은 $[n]+1$)과 $\frac{k+1}{2}$ 의 크기를 비교하면, $\frac{k+1}{2}$ 의 크기가 더 크다. 이는 곧 알고리즘 1이 항의 정렬을 위해 평균적으로 행하는 크기비교의 횟수가 알고리즘 2가 항의 정렬을 위해 평균적으로 행하는 크기비교의 횟수에 비해 더 많다는 것을 의미한다. 따라서 알고리즘 1의 경우가 항의 정렬을 위해 평균적으로 소비하는 시간이 더 길며, 효율성은 알고리즘 2에 비해 떨어지게 된다.

답안 2

알고리즘 1에서 a_1 부터 a_n 까지를 배열하기 위한 비교횟수는 $\frac{1}{4}n(n+1)-1$ 회로 n^2 에 비례하여 증가한다.

알고리즘 2에서 a_1 부터 a_n 까지를 배열하기 위한 비교횟수는 $2^k \leq n \leq 2^{k+1}$ 일 때

$(k-1)2^k + 2(k-3) + k(n+1-2^k)$ 회로 $n\log_2 n$ 에 비례하여 증가한다.

n^2 와 $n\log_2 n$ 를 비교하면 ($n \geq 2$)범위에서 n^2 이 $n\log_2 n$ 보다 항상 크다. 따라서 알고리즘1은 n 이 커질수록 비교횟수가 더 많이 증가한다. 따라서 배열해야하는 수의 개수가 많아질수록 알고리즘2가 우수하다. 다만, 배열해야하는 수의 개수가 적을 때는 알고리즘1이 더 우수할 수도 있다.

평가

[2-2] 현실을 적절히 모사하는 적합한 모델링을 통하여 합리적인 판단을 유추하는 능력을 측정하고자 하였다. 적절한 논리를 바탕으로 현상을 모델링하고 이와 관련된 적합한 계산과 논리를 통하여 자신의 판단을 효율적으로 표현하였는가 여부를 평가하였다. 우수답안으로 채택된 답안들에 대한 총평은 다음과 같다.

답안 1

각각의 알고리즘에 대하여 하나의 자료가 추가되었을 때 추가적으로 필요한 평균비교횟수를 구하였다. 이를 이용해 두 번째 알고리즘이 우수하다고 판단하였다.

답안 2

각각의 알고리즘에 대하여 주어진 자료를 처리할 때 필요한 평균비교횟수를 구하였다. 이를 이용해 두 번째 알고리즘이 우수하다고 판단하였다.